

TSを用いる多角測量の 位置決定の不確かさ(その2)

TS多角路線測量における誤差 累積のモデル

2級TSの測角の不確かさ

- 機器検定の最大多数の5秒読みTSの野外測定結果を前提とする。
- 測角：1視準当たりの測角の不確かさ = 1夾角の1対回（正反）
観測値の不確かさ = 2.5秒
- 1夾角の2対回（正反）観測値の不確かさは1.8秒と想定する。
 - $2.5''/\sqrt{2} = 1.8''$

3

2級TSの測距の不確かさ（1/2）

- 機器検定の最大多数の5秒読みTSの検定実績を前提とする。
- 測距：1辺の観測の不確かさを1.3mmと想定
 - 点間距離が短いため、測距精度の距離依存項は無視する。検定実績における1測定当たりの標準偏差は400m基線で1.3mm、2m基線で1.0mmである。
- 測距の不確かさには器械定数（測距部）の不確かさが含まれる
 - 野外測定結果（150m基線と200m基線）において、標準偏差は3台全体で見ると0.8mm、1台ごとに見ると0.5mm以下である。
 - 検定実績において標準偏差が大きいのは957台分の器械定数の不確かさがふくまれているため。
 - 器械定数は同一器械による一連の観測で見れば系統誤差である。
- 測距の測定数の増加により観測値の精度は見かけ上は向上するが、系統誤差が縮小するわけではないので、不確かさの見積もりの際には測定数（対回数）の増加による精度向上を見込まないものとする。

4

2級TSの測距の不確かさ (2/2)

- 観測点ごとに独立な不確かさとする
 - ▶ 器械定数誤差は観測点ごとに累積する系統誤差なので分離すべきであるが、検定データからは分離できないため、器械定数誤差も含めて独立と仮定する
- 反射鏡（プリズム）定数の不確かさ
 - ▶ 定数の値が1mm単位であるので、1mmの矩形分布の誤差を仮定して $\sigma=1/\sqrt{12}\doteq 0.3\text{mm}$ とする
 - ▶ 観測ごとに累積する系統誤差として扱う

5

TS多角路線測量における座標の誤差

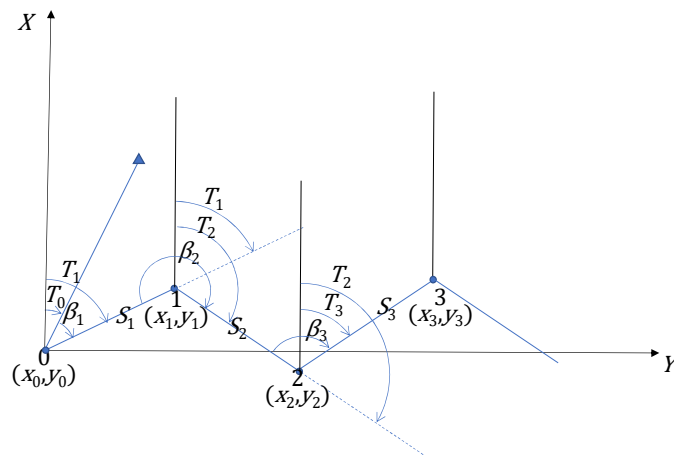
$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + S_1 \cos T_1 \\ y_1 &= y_0 + S_1 \sin T_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_n &= x_{n-1} + S_n \cos T_n \\ y_n &= y_{n-1} + S_n \sin T_n \end{aligned}$$

$$x_n = x_0 + \sum_{j=1}^n S_j \cos T_j$$

$$y_n = y_0 + \sum_{j=1}^n S_j \sin T_j$$

$$T_j = T_0 + \sum_{i=1}^j \beta_i - (j-1)\pi$$



6

- n番目の点における位置の標準偏差を M_n とする

$$M_n^2 = (dx_n)^2 + (dy_n)^2$$

(途中の計算過程は割愛)

$$M_n^2 = n \cdot dS^2 + \sum_{k=1}^n kS_k^2 d\beta^2 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} kS_k \sum_{j=k+1}^n S_j \cos(T_j - T_k) d\beta^2$$

$$T_j - T_k = \sum_{i=k+1}^j \beta_i - (j - k)\pi$$

- 点間の基線長が等しいとして $S_i = S$ 、さらに $T_j = T_k$ (直線状の路線) とすると

$$M_n^2 = n \cdot dS^2 + \sum_{k=1}^n k^2 S^2 d\beta^2$$

7

- 上式の第1項 $n \cdot dS^2$ は測距の誤差を偶然誤差としたときの誤差伝播を表す

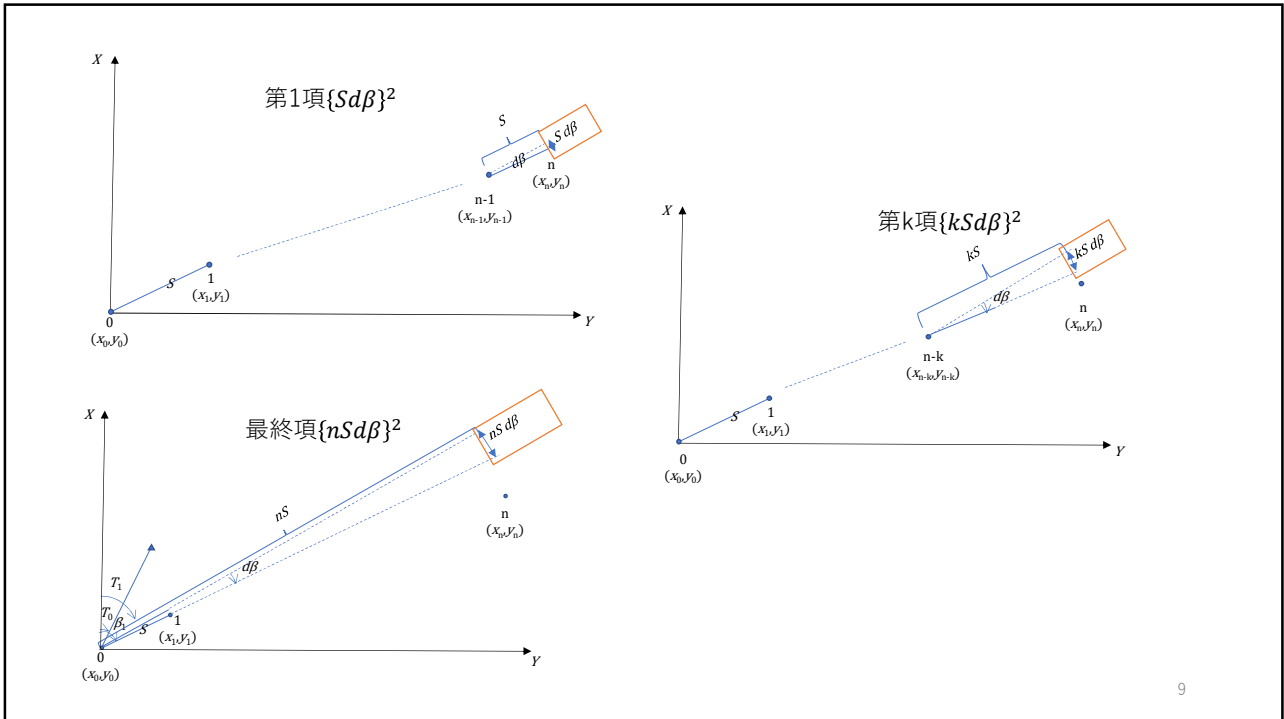
- 上式の第2項を展開すると

$$\sum_{k=1}^n k^2 S^2 d\beta^2$$

$$= \{Sd\beta\}^2 + \{2Sd\beta\}^2 + \dots + \{kSd\beta\}^2 + \dots + \{(n-1)Sd\beta\}^2 + \{nSd\beta\}^2$$

- この式は、測点(n-1)から測点0までの各測点における夾角の観測誤差 $d\beta$ に各測点から測点 n までの距離 $S, 2S, kS, \dots, (n-1)S, nS$ を掛けて、すべて足し合わせることを表す。測角の誤差は出発点に近いほど拡大され、すべての測点における誤差が加算される
- 致心誤差の視線に垂直な成分は測角の誤差となる。1点1点の致心誤差が測角の誤差として拡大されるので、座標誤差への影響が大きい

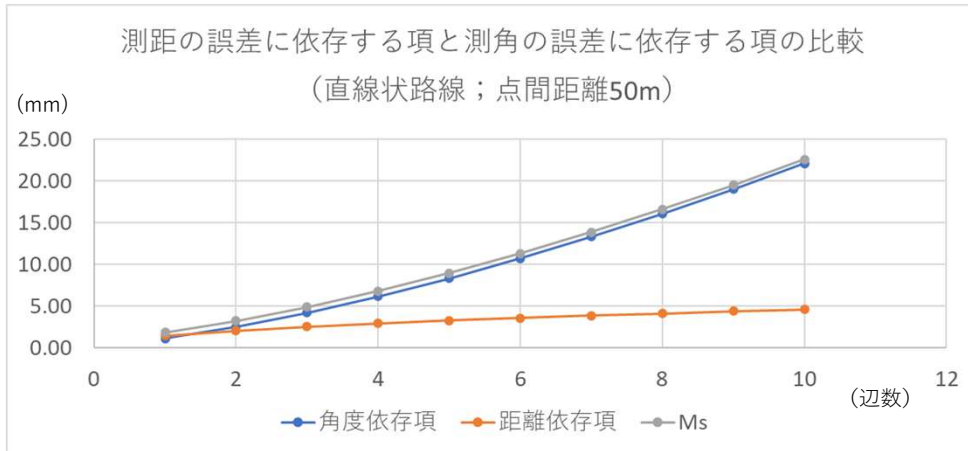
8



9

距離依存項 $n \cdot dS^2$ と

$$\text{角度依存項} \sum_{k=1}^n k^2 S^2 d\beta^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} S^2 d\beta^2$$



10

TS多角測量（単路線）における誤差の累積の試算

11

合成不確かさの計算方法

- 器械定数の誤差、反射鏡定数の誤差は個々の機器による観測について見れば系統誤差であるが、これら系統誤差の値が各々の機器により異なるのであれば、機器全体で見れば製造工程での偶然誤差である
 - ▶ 器械定数誤差については（やむを得ず）測距観測ごとの二乗和で計算
 - ▶ 反射鏡定数誤差については系統誤差として観測ごとの累積を計算し、その後、他の不確かさとの二乗和で計算
- 気象補正の不確かさ
 - ▶ 偶然誤差として測距観測ごとの二乗和で計算

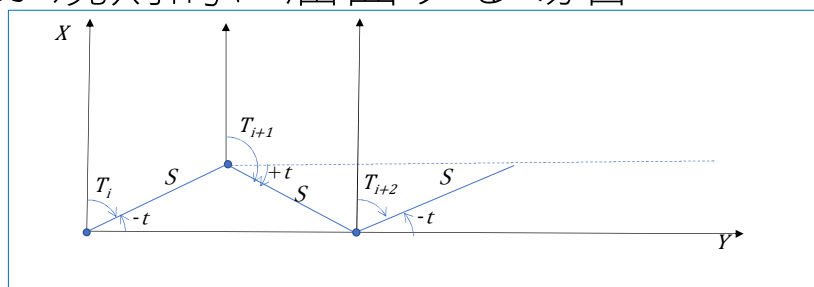
12

多角網の組み方の想定

- 電子基準点のみを使用するGNSSスタティック測量による基準点2点の設置間隔を200m（3級相当）、500m（2級相当）or 1000m（1級相当）とする。
- TS測量による新点基準点網の形成を1辺の長さが50m（4級相当）とし、上記2点の既知点に結合する。
 - 単路線の閉合差で評価
- 路線の屈曲の効果を見るため、一定の角度で規則的に方向角が変わることを想定する。

13

路線が規則的に屈曲する場合



$$(dx)^2 = n \cdot \sin^2 t \cdot dS^2 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \cdot \cos^2 t \cdot S^2 d\beta^2$$

$$(dy_n)^2 = n \cdot \cos^2 t \cdot dS^2 + \left[\frac{n+1}{2} \right] \cdot \sin^2 t \cdot S^2 d\beta^2$$

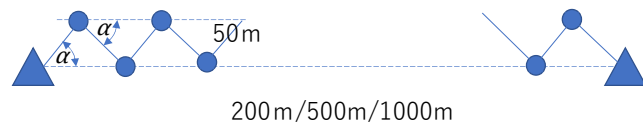
$$M_n^2 = n \cdot dS^2 + \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \cdot \cos^2 t + \left[\frac{n+1}{2} \right] \cdot \sin^2 t \right\} \cdot S^2 d\beta^2$$

[z]はzの整数部分を表す。

14

水平位置決定誤差の試算（新点間50m、既知点間200m/500m/1000m、夾角 $60^\circ/120^\circ/180^\circ$ ）

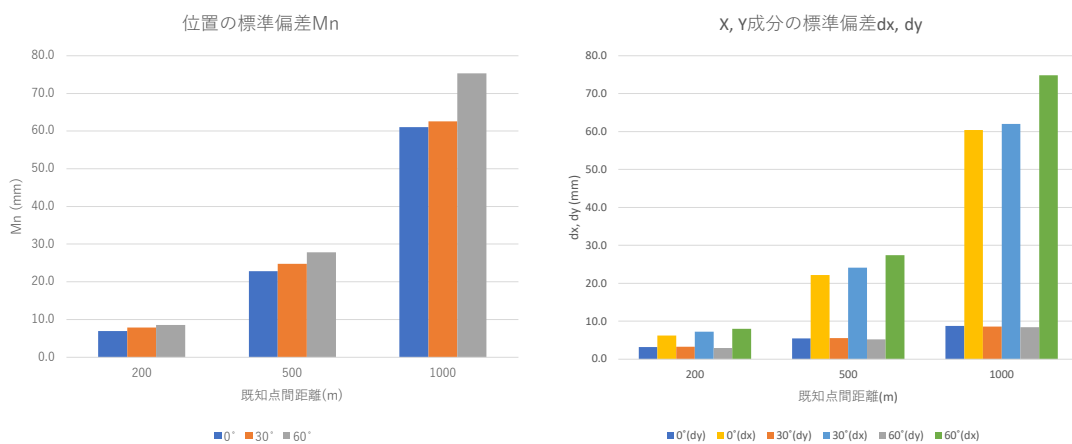
- 新点間距離：50m
- 既知点間距離：200m/500m/1000m
- 既知点間方向に対する新点方向 α ： $0^\circ/30^\circ/60^\circ$
 - 夾角 $180^\circ/120^\circ/60^\circ$ に相当
- 測角の不確かさ： $1.8''$
- 測距の不確かさ：1.3 mm



- さらに下記の不確かさを加える
 - 致心の不確かさ (TS)：0.3mm
 - 致心の不確かさ (鏡)：0.6mm
 - 反射鏡定数の不確かさ：0.3mm
 - 気象補正の誤差 (温度)： $\pm 2^\circ\text{C}$
 - 気象補正の誤差 (気圧)： $\pm 7\text{hPa}$

15

既知点間距離と夾角の影響



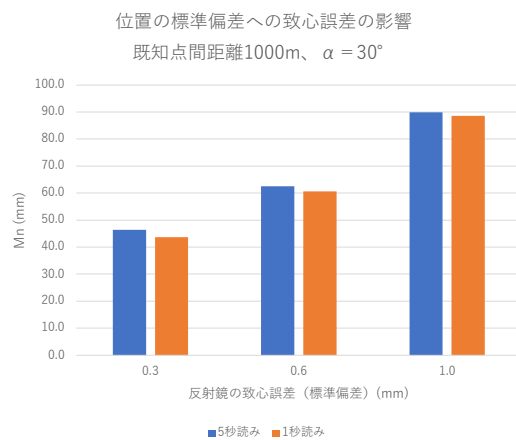
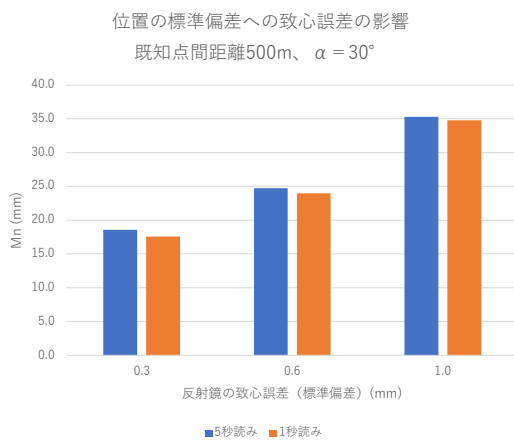
16

試算結果の評価

- 位置の標準偏差Mnの大部分は視線と垂直方向（測角の方向）の成分dxが占める。
- 既知点の設置間隔が500mまでであれば、位置の標準偏差は20～30mmとなる。
- 夾角を180° に近づける（辺数を小さくする）と dx の増加を抑えることができるが、その効果は大きくはない。

17

致心誤差の影響



18

(補足説明) 1秒読み2級TSの測角の不確かさの推定

- 5秒読みTS
 - 野外測定実験から得た1視準当たりの測角の不確かさ：2.5秒 (1)
 - 1夾角の2対回（正反）観測値の不確かさは1.8秒と想定する。
 - $2.5''/\sqrt{2} = 1.8''$
 - 検定結果から得た1視準当たりの測角の不確かさ：1.7秒 (2)
 - 理論的考察から得た1視準当たりの測角の不確かさ：1.7秒 (3)=(2)
 - (1)と(3)の差（野外での目標の視準の不確かさと推定）：1.8秒 (4)
 - $2.5^2 - 1.7^2 = 1.8^2$
- 1秒読みTS
 - 検定結果から得た1視準当たりの測角の不確かさ：1.1秒 (5)
 - 理論的考察から得た1視準当たりの測角の不確かさ：0.94秒 (6)
 - 検定結果(5)と理論(6)の差（検定での視準の不確かさと推定）：0.57秒 (7)
 - 5秒読みTSにより推定した野外での目標の視準の不確かさ：1.8秒 (4)（再掲）
 - 野外での1視準当たりの測角の不確かさは(6)と(4)の合成：2.0秒
 - $0.94^2 + 1.8^2 = 2.0^2$
 - (7)は(4)に含まれると想定。 $1.1^2 + 1.8^2 = 2.1^2$ とはしない。
 - 1夾角の2対回（正反）観測値の不確かさは1.4秒と想定する。
 - $2.0''/\sqrt{2} = 1.4''$

19

試算結果の評価

- 1秒読みTSと5秒読みTSで位置の標準偏差に大きな差異はない。
- 位置の標準偏差に対する反射鏡の致心誤差の影響は大きい。
 - 致心誤差0.3mmの位置の標準偏差に対して、致心誤差1.0mmの位置の標準偏差は約2倍（18mmに対して35mm）である。
 - TS多角路線でセンチメートル級の不確かさを保つには致心誤差を抑えることが必須。

20

4級基準点単路線の実例

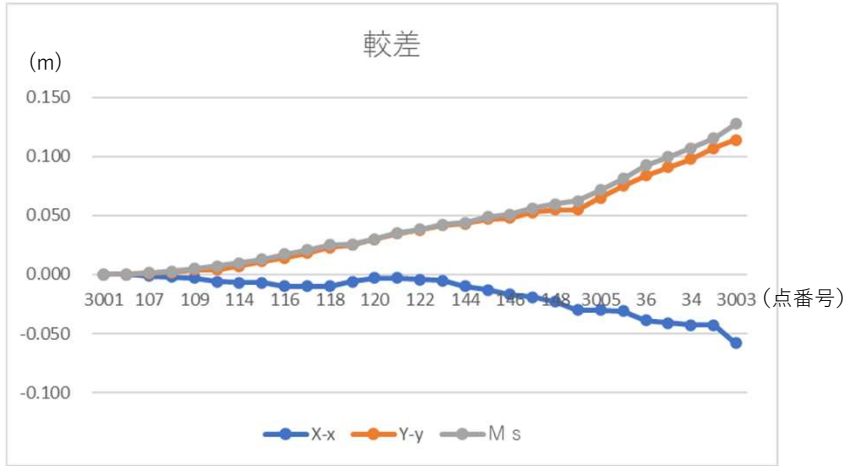
21

計算の方法

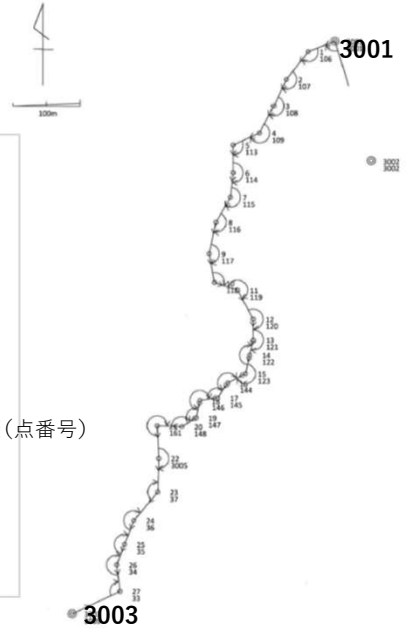
- 実例は、日本測量協会で検定を行った4級基準点測量の測量網から単路線となる路線を抽出
- 既知点において方向角の取り付けがある場合はその観測値を使用。取り付けがない場合は準則付録6の2.3.6（方向角の計算（取付観測がない場合））の規定により計算した値を使用。
- 起点のみ座標値を与えて1点固定開放路線とした概算値と網平均計算値の差を較差として理論値と比較
 - 実測値は較差、理論値は標準偏差
- 使用されたTSが1級TSであるため、理論値は1級TSの測角の不確かさを2.0秒（2対回観測で1.4秒）と仮定して計算
 - 2級TSならば2.5秒（2対回観測で1.8秒）
- 理論値は各点間距離が一定で屈曲がない直線状の単路線に単純化

22

4級基準点単路線の実例(1)

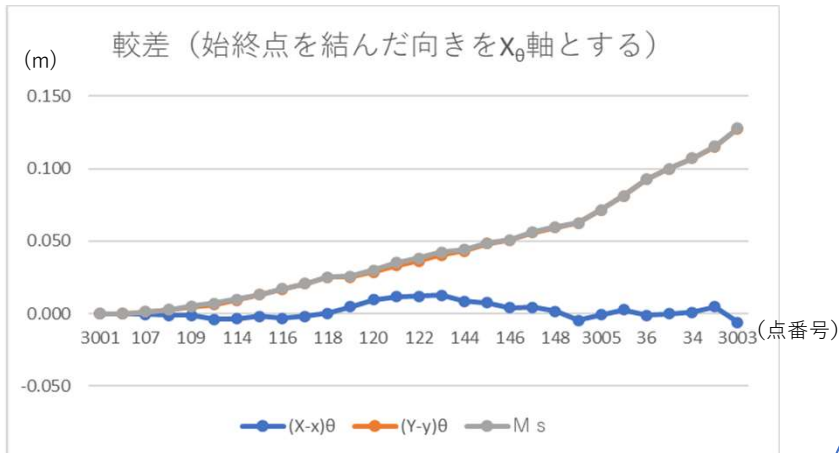


平均辺長：40m, 辺長合計：1132m, 辺数：28

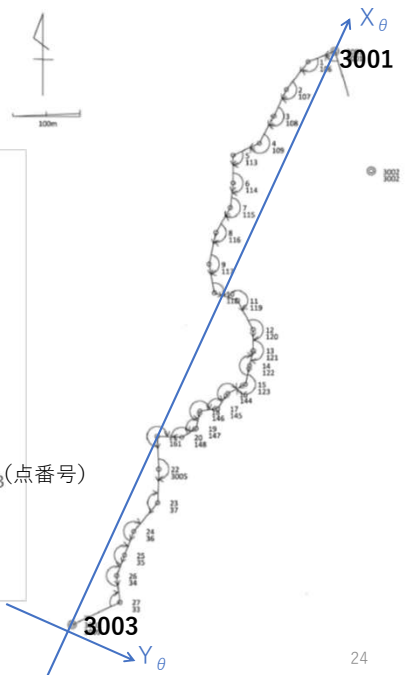


4級基準点単路線の実例(1)

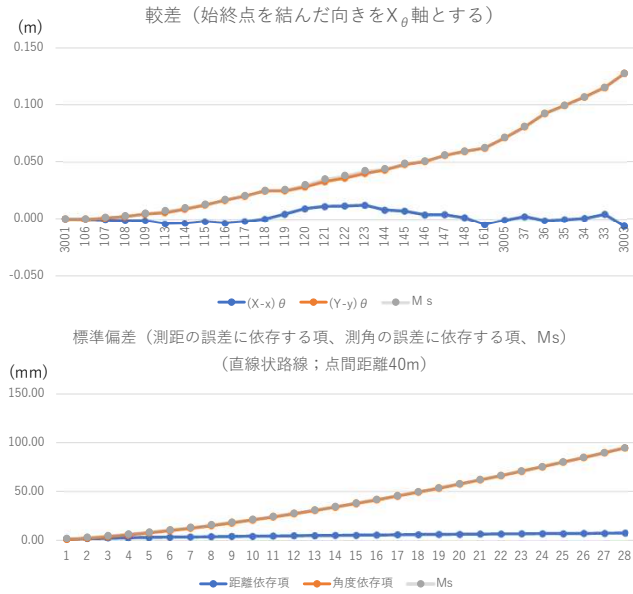
始終点を結んだ向きを X_θ 軸とするよう座標軸を回転



平均辺長：40m, 辺長合計：1132m, 辺数：28

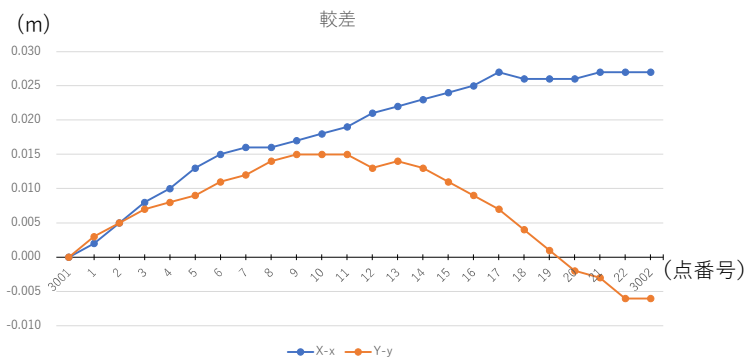


実例(1)：実測と予測の比較



25

4級基準点単路線の実例(2) 方向角の取付観測がない事例

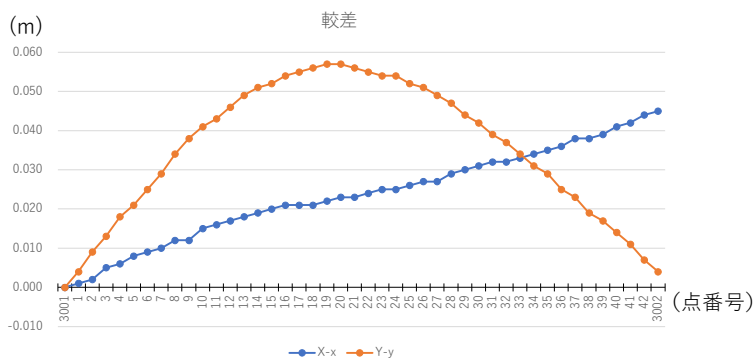


平均辺長：53m, 辺長合計：1225m, 辺数：23



26

4級基準点単路線の実例(3) 方向角の取付観測がない事例（河川）



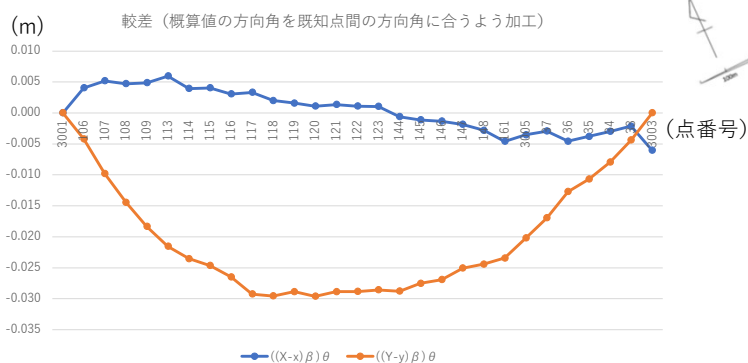
平均辺長：45m, 辺長合計：1982m, 辺数：45



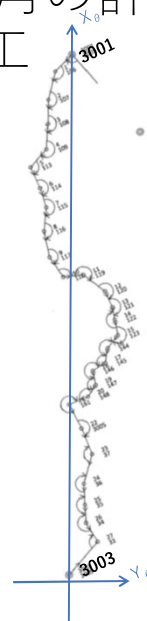
3001

27

実例(1)：取付観測がない場合の方向角の計算 のシミュレーションにより較差を加工



平均辺長：40m, 辺長合計：1132m, 辺数：28



28

実測と予測の比較の評価

- 予測どおり、実測において座標の較差は視線と垂直方向の成分が視線方向の成分より卓越し、辺数の増加とともに大きくなっている。
- 方向角の取付を行わなかった観測では、終点における視線と垂直方向の較差がほぼゼロになるよう、始点での方向角が設定される。
 - このため、座標の較差は路線の中間付近で最大となり、始終点に向かって漸減する。
 - 方向角の取付を行わない観測の方が見かけ上、較差が小さくなる。