(第２回研究会で報告)

# 精度管理への不確かさの導入

# 不確かさの表現ガイドの概要

Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: GUM

日本測量機器工業会編「ISO17123 - 1 測量機器の現場試験理論改定概要」より引用

# 従来の誤差評価の問題点

- 誤差評価では、「誤差＝測定値－真の値」と定義。実際に「真の値」を求めることは困難。
- 誤差評価においては、偶然誤差や系統誤差を総合的に評価するための合理的な合成方法が定められていない。
- 測定結果を表現するための用語の定義が国・地域や専門分野によって異なる場合がある。

# GUMのISO標準への導入

- 測量分野では「ISO17123-1測量機器の現場試験手順：理論（第2版）」で導入
  - 精度の表現：不確かさ
  - 標準不確かさのタイプA評価
  - 標準不確かさのタイプB評価
  - 不確かさ評価バジェット
  - 統計的検定法

# 用語と定義

① 不確かさ
- 計測のばらつきを示す用語として、不確かさ（Uncertainty）を導入し、従来の規格で扱っていた偶然誤差だけでなく、系統誤差を含む誤差の包括的な表現として定義する。

② 標準不確かさ
- 正規分布する偶然誤差のばらつきの尺度である標準偏差を、適当な分布を与えることで系統誤差にまで拡張したもの。不確かさバジェットの要素となる。評価法によってタイプAとタイプBに分けられる。

③ 合成標準不確かさ
- 測定結果にまつわる全ての標準不確かさ（誤差）を誤差の伝搬則によって足し合わせたもので、測量成果の不確かさを表す。

④ 拡張不確かさ
- 標準偏差（$\sigma$）に対して2$\sigma$あるいは3$\sigma$などで表現される誤差範囲を、標準不確かさに適用したもの。

⑤ 不確かさバジェット
- 測定結果にまつわる全ての不確かさ要素を表形式に整理したもので、最終的に合成標準不確かさあるいは拡張不確かさが見積もられる。

# 標準不確かさ

- 標準不確かさのタイプA評価
  - タイプAの標準不確かさ（$u$）は、統計的評価を用いて求められ、実験標準偏差$s$で表される。
- 標準不確かさのタイプB評価
  - タイプBの標準不確かさ（$u$）は、統計的評価以外の方法で求められるもので、以下のような様々な情報を利用した科学的判断に基づいて評価される。
    - 以前の測定データ
    - 一般的知識及び経験
    - 製造業者の仕様
    - 校正データ
  - 想定される様々な誤差分布に応じた標準偏差
    - 一様（矩形）分布：$u = a／\sqrt{12}$, $a$は矩形の幅

# 合成標準不確かさと拡張不確かさ

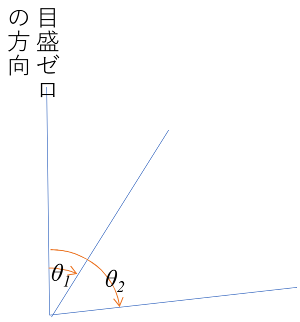
- 合成標準不確かさ
  - 標準不確かさの2乗和の平方根で計算
- 拡張不確かさ
  - 合成標準不確かさに包含係数*k*を掛けて計算
    - k=2は従来の概念の誤差範囲2σに相当：約95%の信頼水準

# 測角の視準誤差

機器検定データから導いた結果

## セット間較差の標準偏差と視準の標準偏差の関係

- 1視準の測定値$\theta_i$の標準偏差：$\sigma_s$ （観測方向、望遠鏡正反、対回、セットによらないと仮定）
- 1夾角$(\theta_2 - \theta_1)$当たりの標準偏差： $\sqrt{2}\sigma_s$
- 1夾角1対回観測（望遠鏡正反）平均値の標準偏差：$\dfrac{\sqrt{2}\sigma_s}{\sqrt{2}} = \sigma_s$
- 1夾角$N$対回観測平均値の標準偏差：$\dfrac{\sigma_s}{\sqrt{N}}$
- 観測平均値の2セット間の較差の標準偏差： $\dfrac{\sqrt{2}\sigma_s}{\sqrt{N}} \equiv \sigma_d$





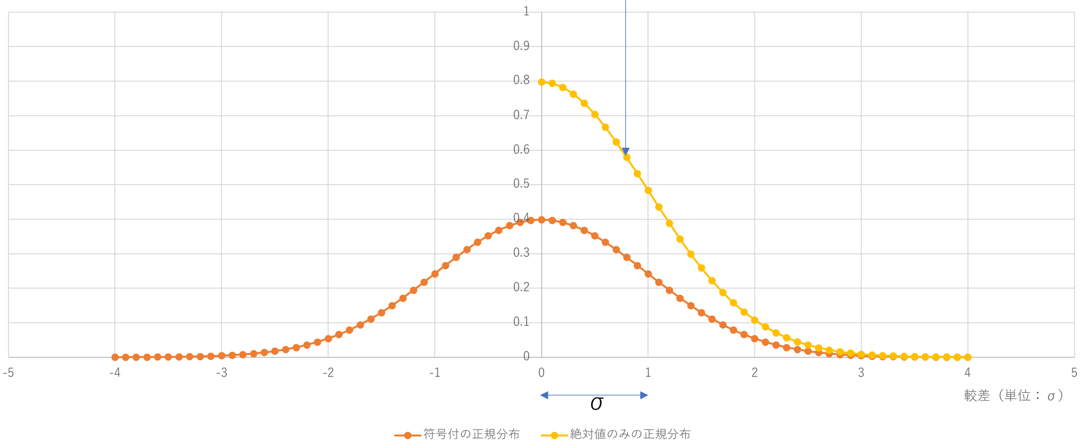

## セット間較差から推定した1視準当たりの標準偏差

- 検定データのセット間較差は絶対値のみで表される
- 絶対値のセット間較差の平均値$\bar{x}$を用いて（符号付）セット間較差の標準偏差$\sigma_d$の推定値$s_d = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\bar{x}$を求める。
- （符号付）セット間較差の標準偏差から1視準当たりの標準偏差$\sigma_s$を推定 $\dfrac{\sqrt{2}\sigma_s}{\sqrt{N=3}} \equiv \sigma_d$

| 最小目盛値 | 10"読み | 5"読み | 1"読み | 1級TS |
|---|---|---|---|---|
| セット間較差平均値 | 1.16 | 1.10 | 0.74 | 0.59 |
| 標準偏差の推定値 | 1.45 | 1.38 | 0.93 | 0.74 |
| セット間較差による$\sigma_s$の推定値 | 1.8 | 1.7 | 1.1 | 0.9 |

（参考）

絶対値較差の平均値= $\frac{\sigma}{\sqrt{\pi/2}}$



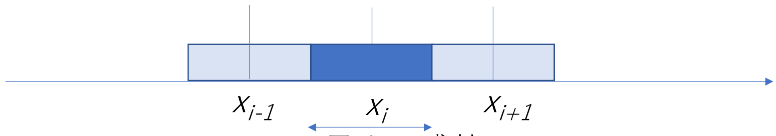



# 1視準当たりの測角誤差の構成要素

- 目盛分解能　→　最小目盛値
- 視準誤差
    - 望遠鏡の分解能　→　レーリーの分解能
    - 肉眼の分解能
    - 目標物に合わせる個人的能力

# 最小目盛値と測定の不確かさの関連付け

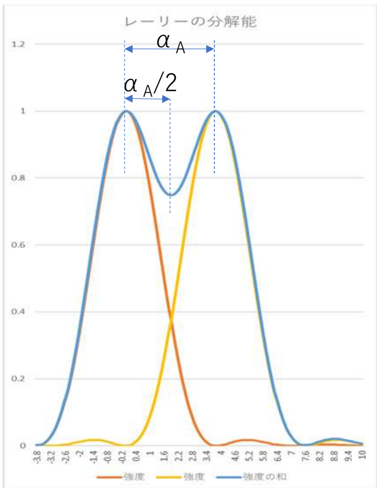
- 最小目盛1区間の確率分布を一様（矩形分布）とする（タイプBの標準不確かさ）




- 最小目盛値に起因する不確かさ：$u_r= \alpha_r／\sqrt{12}$
- $\alpha_r$=1”のとき$u_r$＝0.289”
- $\alpha_r$=5”のとき$u_r$＝1.44”



# 望遠鏡分解能と測定の不確かさの関係付け



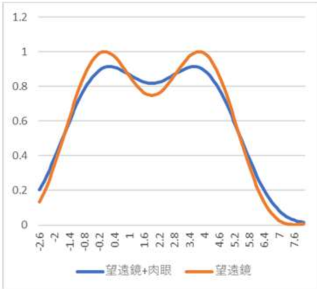

- 視準の不確かさはレーリーの分解能よりも小さいはずだが、その関係は？
  - レーリーの分解能（エアリーディスクの半径）：$\alpha_A$＝1.22λ／Dから、D=45mmのとき$\alpha_A$＝3.1”　（λ=555nm）
- 視準誤差が$\alpha_A/2$を超えることはまれと想定
- ±$\alpha_A/2$の範囲内の視準誤差の確率分布は矩形分布を仮定
- その仮定の下で$\alpha_A$=3.1”のとき$u_A$= $\alpha_A/\sqrt{12}$ =0.89”

# 肉眼の分解能の影響

- 肉眼の分解能は約60秒と言われており、倍率30倍の望遠鏡を通すと約2秒に拡大される

➢望遠鏡の分解能3.1秒よりも小さいので不確かさバジェットには加算しない

  ➢望遠鏡分解能と肉眼分解能は2つの独立した誤差ではなく、2つのシステム関数の畳み込みで評価。エアリーディスクの大きさはシステム関数の畳み込みでは変わらない。




- 目標物に合わせる個人的能力の差は検定データでは不明



# 目盛分解能と望遠鏡分解能の合成から計算した不確かさとセット間較差から推定した視準の不確かさの比較

| $\alpha_r$ (") | $u_r$ (") | $u_A$ (") | $u_{r+A}=\sqrt{(u_r^2+u_A^2)}$ | $s_{s,S}$ (") | $N$-1 | $T=(N\text{-}1)*(s_{s,S}/u_{r+A})^2$ | $\chi^2$ 0.025 | $\chi^2$ 0.975 | $u^2=s^2$ | $u^2<s^2$ | $u^2>s^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.29 | 0.89 | 0.94 | 1.1 | 685 | 1015 | 614 | 759 | 棄却 | 棄却されない | 棄却 |
| 5 | 1.44 | 0.89 | 1.69 | 1.7 | 1169 | 1158 | 1076 | 1266 | 棄却されない | 棄却されない | 棄却されない |

- 目盛分解能と望遠鏡分解能を合成した不確かさは、

➢1秒読みTS：セット間較差から推定した不確かさより小さい。他の不確かさ要因がある。

➢5秒読みTS：セット間較差から推定した不確かさとほぼ等しい（大小について判定できない）。目盛分解能と望遠鏡分解能が主要因。

# 測角の視準誤差

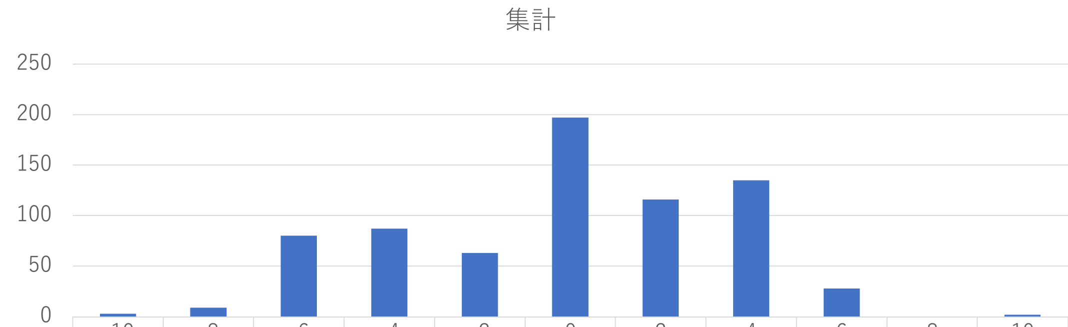
野外測定実験データから導いた結果



# 夾角の測定の標準偏差

- 基線場測定実験から得られた夾角の測定データを処理することで、セット間較差からの推定ではなく、夾角測定の標準偏差を直接計算できる。
  - 2方向×正反観測（2回）×3対回×2セット×10回測定×3台＝720標本
- 機器（TS）を交換すると夾角の値が変わるので、各機器ごとに各方向ごとの夾角の平均値を求め、その平均値からの偏差を分析
- 推定した1夾角の観測の標準偏差は3.5秒である。

# 夾角の偏差の分布（全720標本）




| | -10 | -8 | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 集計 | 3 | 9 | 80 | 87 | 63 | 197 | 116 | 135 | 28 | 0 | 2 |

夾角の偏差 (秒)

標準偏差：3.50秒



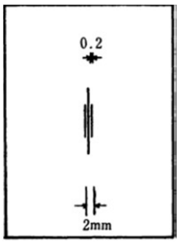
# 夾角測定の標準偏差から推定される測定値

野外測定実験に基づく1夾角測定値の標準偏差である3.5秒をもとに推定すると、

- 1視準当たりの測定の標準偏差は　3.5”/√2=2.5”
- 2セット間のセット間較差（絶対値）の推定平均値は 3.5”/√2/√3*√2=2.0”
  - 野外測定実験のセット間較差（絶対値）の平均値は 1.8” であり、ほぼ一致

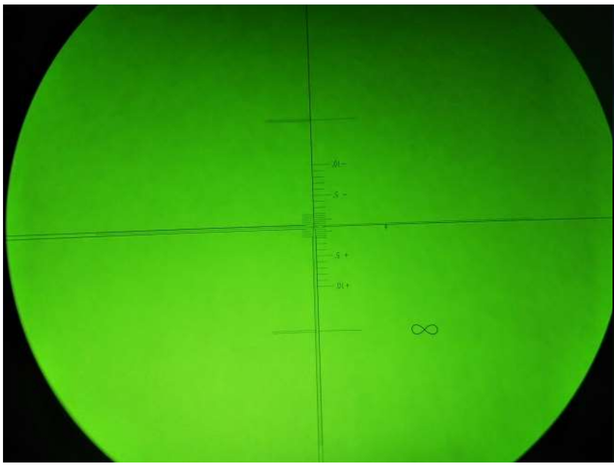
- 検定データの絶対値セット間較差（1170標本）から推定した1視準当たりの測定の標準偏差は1.7”であり、野外測定から求めた値の2.5”は明らかにそれより大きい。
- 両者の差が測定者による目標の視準の不確かさに起因すると仮定すると、その不確かさの大きさは約1.8”である。
つまり、$\sqrt{}(2.5^2-1.7^2)=1.8$
- 2重レチクル線の中間に目標物を視準する精度について、研究論文が１篇(*)しか見つからず、視準の不確かさが1.8”との推測の妥当性は確認できない。

(*)田中・矢野(1979):「精密測定における2重レチクル線合致の誤差と判断機構」, 人間工学, 15, 315-323

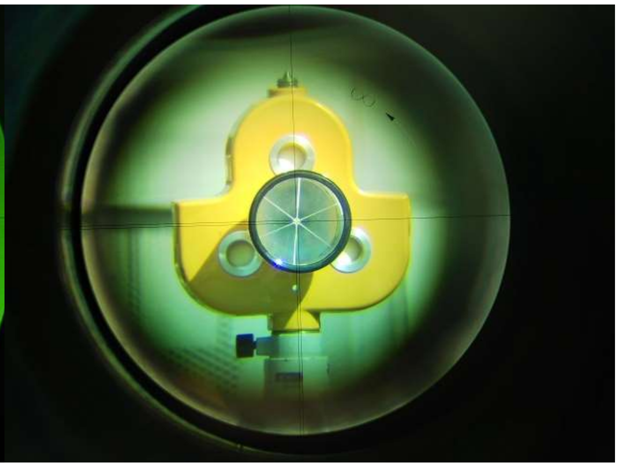





# 目標の見え方の違い



機器検定：目標（コリメータの十字線）が明瞭



野外測定：目標（11m先の反射鏡中心）が不明瞭

# 倍角差の許容範囲を定める根拠

# 1夾角測定の標準偏差から倍角差の制限値を推定

- 倍角差$B$は３つの倍角（$b_j$, $j$=1,2,3）の範囲Rangeである
  - $b_j = r_j + l_j$，$r_j$：$j$対回目の望遠鏡正（右）での夾角，$l_j$：$j$対回目の望遠鏡反（左）での夾角
    - $\sigma(r) = \sigma(l) = \sqrt{2}\sigma_s, \sigma(b) = 2\sigma_s$ 　$\sigma_s$は1視準の標準偏差
  - $b_j|_{\max}$：$j$個の倍角のうちの最大値。$b_j|_{\min}$：$j$個の倍角のうちの最小値。
  - $B = b_j|_{\max} - b_j|_{\min}$
  - $b_j$の任意抽出ではないので、$\sigma(B) = \sqrt{2}\sigma(b)$とはならない
- 範囲によるQCにはJIS Z 9020-2（シューハート管理図）を適用
  - 標準偏差$\sigma$の測定値の範囲$R$の期待値は$\mathrm{E}(R) = d_2 * \sigma$
  - 範囲$R$の上方管理限界は$U_{CL}(R) = D_2 * \sigma$
    - $R$の平均値に$R$の標準偏差の3倍を加えたものに相当：$R$の上限値とみなす

# 検定における倍角差の許容範囲

- $U_{CL}(R) = D_2 * \sigma$の関係を適用
- 倍角の標準偏差$\sigma(b)$から倍角差の許容範囲$U_{CL}(B) = D_2 * \sigma(b)$を定める
- 検定においては$\sigma_s = 1.7$“、$\sigma(b) = 3.4$“、検定における対回数n=3のとき、$D_2 = 4.358$
  - $U_{CL}(B) \doteqdot 15''$
  - 機器検定から得られた倍角差の最大値20”
  - 基線場測定から得られた倍角差の最大値15”
  - ➢倍角差の許容範囲を20”とすることは妥当



# 基準点測量における倍角差の許容範囲

- 野外測定においては$\sigma(s) = 2.5$“、$\sigma(b) = 5.0$“、基準点測量の対回数n=2ならば$D_2$ =3.686 、またはn=3ならば$D_2 = 4.358$
  - $U_{CL}(B) \doteqdot 18$“　または$U_{CL}(B) \doteqdot 22$“
  - ➢基準点測量における観測値の倍角差の許容範囲30”には小さくする余地があるかもしれない。
- 較差の標準偏差と観測差の許容範囲についても同様に計算可能
  - 教科書や準則の示すところでは観測差は倍角差より小さいが、検定及び野外実験のデータでは両者に差があるという結果は得られなかった
  - 品質管理に観測差と倍角差の両方が必要か、未検討

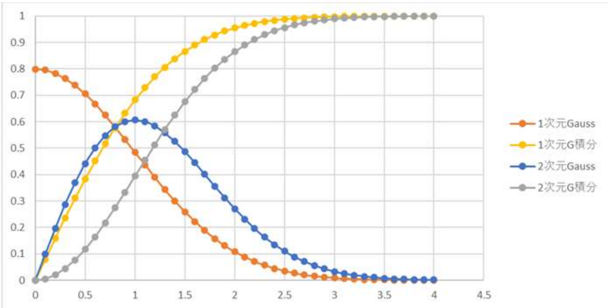
平面位置座標の不確かさの表現方法

## 平面位置座標の不確かさをどう表すか

- 測量、測位分野において平面位置の「精度」の表示方法が不明確という問題
  - 各次元（X, Y）ごとに標準偏差で表示　←　明確
  - 各次元の標準偏差の合成で表示
    - 合成の式が不明確
    - 合成した標準偏差を誤差円と仮定しているか不明
    - 誤差円と仮定している場合でも、誤差円内の確率分布に無頓着

# 誤差円の考え方（1/2）

- 1次元Gauss分布の場合、確率変数が±1σ内に存在する確率は68%、±2σ内に存在する確率は95%
- 2次元Gauss分布の場合、確率変数が1σの円内に存在する確率は39%、1.510σでは68%、2.4477σでは95%






# 誤差円の考え方（2/2）

- $\sigma_x = \sigma_y$ のとき、$\sigma_x = \sigma$ とすると、

$r = \sqrt{x^2 + y^2} < \sigma$ となる $r$ の確率は $P(r<\sigma)=0.39$

- $\sigma_x \neq \sigma_y$ のときに $r<\sigma_c$ となる $r$ の確率 $P(r<\sigma_c)=0.39$ を満たす $\sigma_c$ をCircular Standard Error (CSE)と定義すると、$\sigma_c \fallingdotseq \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}$ と近似できる。（FGDC Geospatial Positioning Accuracy Standards, 1998）
- $\sigma_r = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \fallingdotseq \sqrt{2}\sigma$ のときには $P(r < \sigma_r) = 0.63$ となる
  - 正規分布を想定した確率

➢平面位置の不確かさの表現方法を明確にする必要がある。